文章编号: 0253-2697(2024)03-0586-09 DOI:10.7623/syxb202403008

## 幂律流体在椭圆井眼同心环空中螺旋层流流动压降

汤 明 郭欣钰 谢玉森 赵晨敏 敬亚东 何世明

(西南石油大学油气藏地质及开发工程全国重点实验室 四川成都 610500)

**摘要:**环空压降的准确预测是精准控制井底压力的基础,能够有效防止井漏、溢流,甚至井喷等井下复杂和事故。常规环空压降预测多以圆形井眼为基础,未考虑井眼形状不规则的影响;由于岩石力学特性参数和地应力的非均质性,易形成椭圆形井眼。以流体动力学为基础,建立椭圆井眼中幂律流体螺旋层流流动压降数值模型,利用流体力学仿真结果和实验结果对数值模型进行验证;以数值模型为基础,开展流动压降影响因素分析,明确不同参数对流动压降的影响规律;采用最小二乘法建立无量纲压力梯度拟合模型。研究结果表明,数值模型与仿真模拟和实测结果误差介于±5%。压力梯度随流体稠度系数的增加呈线性增大,随流体流性指数和环空内外径比率增大呈指数数型增大,随轴向平均速度增大呈对数型增大,随椭圆长短轴之比和内管转速增大呈指数型降低。 无量纲压力梯度几乎不随流体稠度系数的变化而变化,拟合模型与数值模型误差仅为±5%。适用参数范围为 0.8 m/s $\leq v_x \leq 1.4$  m/s, 40 r/min $\leq \omega \leq 120$  r/min, 0.5 $\leq K_d \leq 0.8$ , 1.0 $\leq \eta \leq 1.2$  和 0.5 $\leq n \leq 0.8$ 。椭圆井眼同心环空螺旋层流无量纲压力梯度拟合模型能够实现流动压降的准确便捷预测。

关键词:椭圆井筒;同心环空;螺旋层流;数值模型;拟合模型

中图分类号:TE21 文献标识码: A

# Flow pressure drop of laminar helical flow of power-law fluid in concentric annulus of elliptical wellbore

Tang Ming Guo Xinyu Xie Yusen Zhao Chenmin Jing Yadong He Shiming

(National Key Laboratory of Oil and Gas Reservoir Geology and Exploitation, Southwest Petroleum University, Sichuan Chengdu 610500, China)

Abstract: Accurate prediction of annular pressure drop provides the foundation for precisely controlling bottom hole pressure and effectively preventing complex downhole incidents such as wellbore leakage, overflow, and even blowout. The conventional prediction method of annular pressure drop is usually based on circular wellbores, without considering the influence of irregular borehole shapes. Owing to the heterogeneity of mechanical rock parameters and in-situ stress, elliptical wellbores are easily formed. Based on fluid dynamics, a numerical model for the pressure drop of power-law fluid in laminar helical flow in elliptical wellbores was established, and was further verified by fluid mechanics simulation results and experimental data. Using the numerical model, the influencing factors of flow pressure drop were analyzed to clarify the effects of different parameters on flow pressure drop. A dimensionless pressure gradient fitting model was established by the least square method. The results show that the numerical model has an error within  $\pm 5\%$  when compared with simulation and measured results. The pressure gradient increases linearly with the increase of fluid viscosity coefficient, increases exponentially with the increase of flow behavior index and the ratio of inner and outer diameters, and increases logarithmically with the increase of average axial velocity; however, it decreases exponentially with an increase in the ratio of major and minor axes of the ellipse and the inner tube rotational speed. The dimensionless pressure gradient shows little variation with the change of fluid viscosity coefficient. The fitting model has an error of only ±5% when compared to the numerical model. The applicable parameter ranges are as follows:  $0.8 \text{ m/s} \leqslant v_x \leqslant 1.4 \text{ m/s}$ ,  $40 \text{ r/min} \leqslant \omega \leqslant 120 \text{ r/min}$ ,  $0.5 \leqslant K_d \leqslant 0.8$ ,  $1.0 \leqslant \eta \leqslant 1.2$  and  $0.5 \leqslant n \leqslant 0.8$ . The dimensionless pressure gradient fitting model established for concentric annular laminar helical flow in elliptical wellbore enables accurate and convenient prediction of flow pressure drop, thus laying a theoretical foundation for the fundamental study of wellbore hydraulics. Key words; elliptical wellbore; concentric annulus; helical laminar flow; numerical model; fitting model

引用:汤明,郭欣钰,谢玉森,赵晨敏,敬亚东,何世明.幂律流体在椭圆井眼同心环空中螺旋层流流动压降[J].石油学报,2024,45(3): 586-594.

Cite : TANG Ming, GUO Xinyu, XIE Yusen, ZHAO Chenmin, JING Yadong, HE Shiming. Flow pressure drop of laminar helical flow of power-law fluid in concentric annulus of elliptical wellbore[J]. Acta Petrolei Sinica, 2024, 45(3):586-594.

第一作者及通信作者:汤明,男,1985年7月生,2016年获西南石油大学博士学位,现为西南石油大学石油与天然气工程学院副教授,主要从事油气 井工程岩石力学、流体力学、钻井新技术新工艺等方面的教学和科研工作。Email:tm4432@126.com

基金项目:国家自然科学基金面上项目(No. 52374012)和国家自然科学基金青年科学基金项目(No. 51904260)资助。

深层、超深层油气勘探开发是常规油气的重点攻 关方向<sup>[1]</sup>,深部地层大都为海相碳酸盐岩地层,如四川 盆地寒武系和震旦系、塔里木盆地的奥陶系等,具有高 温高压、高含酸性气体、缝洞发育等特征,安全钻井液 密度窗口窄,实钻体现为非漏既溢或溢漏共存<sup>[2-4]</sup>,井 底压力的精准控制是确保此类地层安全高效钻井的重 要手段,环空流动压降的准确便捷预测是井底压力精 准控制的基础<sup>[5-6]</sup>。

国内外学者主要采用室内试验、仿真模拟和数值 计算的方式开展椭圆井眼中的幂律流体流动研究。在 室内实验研究方面,Ferroudji等<sup>[7]</sup>采用室内实验的方 法研究了幂律流体在椭圆同心和偏心环空中的螺旋层 流流动规律,测试流体为不同质量分数的黄原胶 XG 水溶液,其流变参数与幂律模型的拟合优度均大于 0.98,测试椭圆长短轴之比为 1.2。测试结果表明,压 力梯度随偏心率增大而降低;无论是在同心还是偏心 环空中,流动压力梯度均随内管转速的增大而降低。

在仿真模拟方面,采用计算流体仿真动力学软件 Fluent分别建立了椭圆井眼同心<sup>[8-9]</sup>和偏心<sup>[10]</sup>环空 YPL层流流动的仿真模型,明确了不同椭圆长短轴之 比时的环空速度剖面和压力梯度,速度剖面呈轴对称 性分布,且最大速度均位于环空间隙最大位置处。 Ferroudji等<sup>[7]</sup>采用Fluent建立椭圆井眼同心和偏心 环空中幂律流体螺旋层流流动仿真模型,明确同心和 偏心环空中的速度剖面,轴向速度最大值位于环空宽 间隙处,周向速度最大值位于内管管壁处。Kiran 等<sup>[11]</sup>采用COMSOL软件分析了真实井眼形状下的环 空速度剖面,及其对井壁稳定性的影响规律,考虑真实 井眼形状的仿真结果与理想井眼形状的仿真结果存在 较大差异。Zainith和Mishra<sup>[12]</sup>采用CFD软件研究 了由圆形外壁和椭圆内管组成的环空里面的非牛顿纳 米流体流动传热规律。

在数值计算方面, Alegria 等<sup>[13]</sup> 基于窄平板流理 论建立椭圆井眼同心和偏心环空屈服幂律流体层流流 动模型,通过与现有的测试结果<sup>[14]</sup>进行对比验证了该 模型在圆形井眼中的有效性。Tang 等<sup>[9,15]</sup>分别通过 修正有效水力直径和多元拟合的方式建立椭圆井眼同 心环空 YPL 流体层流流动压降简化模型和拟合模型, 拟合模型适用范围为:  $0.40 \le K_d \le 0.75$ ,  $1.0 \le \eta \le$ 1.2,  $0.4 \le n \le 1.0$ , 简化模型与仿真模拟以及拟合模型 与数值模型误差均仅为 ± 10%, 实现椭圆井眼中流动 压降的准确便捷预测。Tang 等<sup>[10]</sup>通过对椭圆井眼偏 心环空 YPL 流体层流流动数值模拟结果进行多元拟 合的方式,建立椭圆井眼偏心环空流动压降拟合模型, 拟合模型适用范围为:  $0.2 \le K_d \le 0.8$ ,  $0 \le \epsilon \le 0.95$ , 0.2≤n≤1.0和1.0≤η≤1.2。拟合模型与仿真模拟 误差仅为±5%,实现了椭圆井眼偏心环空流动压降的 准确便捷预测。虽然通过室内实验、仿真模拟和数值 模型已基本厘清幂律流体在椭圆井眼同心环空中的螺 旋层流流动规律,实现压降的准确预测,但现有的方法 计算时间长,中间还穿插大量繁杂的数值计算方法,推 广应用难度大<sup>[16]</sup>。

为实现椭圆井眼同心环空中幂律流体螺旋层流流 动压降的准确便捷预测,笔者首先建立幂律流体在同 心椭圆环空中的螺旋层流流动数值模型,其次,开展螺 旋层流流动压降影响因素分析,明确不同参数对压力 梯度的影响规律,最后以最小二乘法为基础,采用多元 拟合的方式建立无量纲流动压降拟合模型,实现幂律 流体在同心椭圆环空中的螺旋层流流动压降的准确便 捷预测。

#### 1 数值模型

现阶段针对非牛顿流体环空流动压降预测主要 还是集中在规则圆形井筒中,钻头+非均质岩石力 学特性参数和地应力的多重影响下形成不规则椭圆 形井眼<sup>[17-18]</sup>。由川中地区 DB1 井和 PS12 井志留系 和震旦系双井径测试结果(图 1)可知,实测井径的长 轴和短轴并不相等,证明实钻过程中形成的井眼并 非规则圆形井眼,采用椭圆形状来表征井眼形状与 实钻情况吻合更好,实测井眼长短轴之比主要分布 在 1.0~1.2。

许多学者开展了很多关于圆形井眼同心和偏心环 空中的非牛顿流体螺旋层流研究理论研究,Colema 等<sup>[19]</sup>和 Ahmed 等<sup>[20]</sup>建立了圆形井眼同心环空中非 牛顿流体螺旋层流的解析模型。参考该解析模型,建 立椭圆井眼同心环空幂律流体螺旋层流的数值模型, 模型基本假设条件为:①环空流动为充分发展的绝 热螺旋层流流动;②忽略岩屑对钻井液密度和流变性 能的影响;③忽略地层和管柱的压缩性,即环空为刚性 环空;④壁面无滑脱;⑤椭圆井眼长短轴之比范围为 1.0~1.2。

幂律流体在同心椭圆环空中螺旋层流流动示 意(图 2)可知,内管旋转过程除了具有轴向速度之外, 还会产生周向速度。

参考流动动力学基础理论可以得到极坐标中 的幂律流体在椭圆同心环空中的螺旋层流流动动 量方程<sup>[21]</sup>:

$$\begin{cases} \frac{1}{r^2} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r} (r^2 \tau_{r\theta}) = 0 \\ \frac{1}{r} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r} (r \tau_{rz}) + \frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}z} = 0 \end{cases}$$
(1)



图 1 川中地区双井径测井结果

Fig. 1 Dual caliber logging results of central Sichuan Basin



Fig. 2 Geometric model of wellbore annulus

参考广义幂律模型本构方程<sup>[22]</sup>可得到幂律流体的周向和轴向的应力分量 τ<sub>n</sub> 和 τ<sub>c</sub>:

$$\begin{cases} \tau_{r\theta} = K \left\{ \left[ r \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r} \left( \frac{v_{r\theta}}{r} \right) \right]^2 + \left( \frac{\mathrm{d}v_{rz}}{\mathrm{d}r} \right)^2 \right\}^{\frac{p-1}{2}} r \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r} \left( \frac{v_{r\theta}}{r} \right) \\ \tau_{rz} = K \left\{ \left[ r \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r} \left( \frac{v_{r\theta}}{r} \right) \right]^2 + \left( \frac{\mathrm{d}v_{rz}}{\mathrm{d}r} \right)^2 \right\}^{\frac{p-1}{2}} \frac{\mathrm{d}v_{rz}}{\mathrm{d}r} \end{cases}$$

$$(2)$$

环空内壁面仅沿环空中心线发生旋转运动,因此, 内壁面轴向速度为0,周向速度为内壁面旋转速度,即 内壁面边界条件为:

$$\begin{cases} v_{r\theta}(r) \mid_{r=R_{1}} = v_{0} \\ v_{rz}(r) \mid_{r=R_{1}} = 0 \end{cases}$$
(3)

环空外壁面静止,外壁面上的周向和轴向速度均 为0,即外壁面上的边界条件为:

$$\begin{cases} v_{r\theta}(r) \mid_{r=R_2} = 0 \\ v_{rz}(r) \mid_{r=R_2} = 0 \end{cases}$$
(4)

对动量方程、本构方程和边界条件中的参数全部 进行无量纲化处理:

$$\begin{cases} \Delta p^{*} = \frac{1}{2K} \frac{\Delta p}{z} \frac{R_{2}^{n+1}}{v_{0}^{n}} \\ Q^{*} = Q/\pi R_{2}^{2} v_{0} \\ C_{1} = M/2\pi K z \frac{v_{0}^{n}}{R_{2}^{n-2}} \\ C_{2} = a\lambda^{2} \\ r^{*} = r/R_{2} \\ v_{r\theta}^{*} = v_{r\theta}/v_{0} \\ v_{rz}^{*} = v_{rz}/v_{0} \\ K_{d} = R_{1}/R_{2} \end{cases}$$
(5)

将幂律流体本构方程式(2)代入动量方程式(1), 通过积分求解,即可得到无量纲周向和轴向速度的表 达式为:

$$\begin{cases} v_{r\theta}^* = r^* \int_{K_{\rm d}}^{r^*} \frac{C_1}{r^{*3}} \left[ \frac{C_1^2}{r^{*4}} + a^2 \left( r^* - \frac{\lambda^2}{r^*} \right)^2 \right]^{\frac{1-\eta}{2\eta}} {\rm d}r^* + C_3 r^* \\ v_{r\pi}^* = -a \int_{K_{\rm d}}^{r^*} \left( r^* - \frac{\lambda^2}{r^*} \right) \left[ \frac{C_1^2}{r^{*4}} + a^2 \left( r^* - \frac{\lambda^2}{r^*} \right)^2 \right]^{\frac{1-\eta}{2\eta}} {\rm d}r^* + C_4 \end{cases}$$
(6)

将内壁面的速度边界条件式(3)代入无量纲速度 方程式(6)即可确定积分常数为:

$$\begin{cases} C_3 = 1/K_d \\ C_4 = 0 \end{cases}$$
(7)

将积分常数式(7)和外壁面的速度边界条件式(4) 代入无量纲速度方程式(6)后可得:

$$\begin{cases} \int_{K_{d}}^{1} \frac{C_{1}}{r^{*3}} \left[ \frac{C_{1}^{2}}{r^{*4}} + a^{2} \left( r^{*} - \frac{\lambda^{2}}{r^{*}} \right)^{2} \right]^{\frac{1-n}{2n}} dr^{*} + \frac{1}{K_{d}} = 0 \\ \int_{K_{d}}^{1} \left( r^{*} - \frac{\lambda^{2}}{r^{*}} \right) \left[ \frac{C_{1}^{2}}{r^{*4}} + a^{2} \left( r^{*} - \frac{\lambda^{2}}{r^{*}} \right)^{2} \right]^{\frac{1-n}{2n}} dr^{*} = 0 \end{cases}$$

$$\tag{8}$$

对方程组式(8)求解即可得到内壁面上的无量纲

扭矩 C<sub>1</sub> 和最大轴向速度的径向距离λ。式(8)无法得 到显示解,只能采用数字求解的方法进行求解。将 式(8)求取到的 C<sub>1</sub> 和λ 值代入式(6)即可得到椭圆同 心环空幂律流体螺旋层流流动的无量纲周向和轴向速 度剖面;对无量纲轴向速度 v<sub>c</sub> 进行积分,即可得到给 定压力梯度条件下的环空无量纲流量:

$$Q^* = 2 \int_{K_d}^{1} r^* v_{rz}^* (r^*) dr^*$$
(9)

在钻井中通常流量是已知的,需要求取给定流量 条件下的压力梯度。此时,假定不同的压力梯度值,便 可通过式(9)获得不同的流量,当计算流量与实际流量 相同时的假定压力梯度即为需要求取的值。



2 数值模型验证

为验证数值模型的准确性,笔者首先采用 Fluent 软件开展了小范围内的椭圆同心环空幂律流体螺旋层 流流动仿真模拟。

主要仿真参数为: K = 1.0 Pa·s<sup>n</sup>, n = 0.4,  $R_1 = 12.70$  mm, b = 25.40 mm, a = 30.48, 环空平均速度分 別为 0.5 m/s、1.0 m/s 和 1.5 m/s,  $\omega$  分别为 0 r/min、 25 r/min、50 r/min、75 r/min、100 r/min。采用壁面密 集,中间稀疏的结构化网格模型(图 3),其既能保证计 算精度,又能节约计算时间。设置收敛残差为  $10^{-5}$ 时,迭代计算次数在约 1000 时即可完成计算。



(b) 轴向网格模型

图 3 Fluent 网格模型 Fig. 3 Fluent mesh model

由 Fluent 仿真模拟的轴向速度和合速度(图 4)可 知,壁面处轴向速度为 0,环空中心附近轴向速度最 大,这与常规的环空层流流动仿真结果一致<sup>[7]</sup>。径向 上由内管管壁至外管管壁,合速度呈现出先降低、后增 大、然后再降为 0 的变化趋势。主要是由于内管旋转, 在内管管壁处存在最大的周向速度,导致合速度最大 位于内管管壁。

由仿真模拟与数值模型的对比结果(图 5)可知, 数值模型结果与仿真模拟结果误差在±5%以内。平 均轴向速度越小,误差相对越大。这可能是由于轴向 速度越小,压力梯度的绝对值越小,导致误差增大。 Fluent 仿真结果与数值模型预测结果对比表明,数值 模型能够实现椭圆同心环空中螺旋层流流动压降的准 确预测。

为进一步验证数值模型的准确性,将模型结果与 Ferroudji等<sup>[7]</sup>的椭圆同心环空测试结果进行对比分 析。由数值模型与现有测试数据的对比结果(图 6)可 知,数值模型与现有测试结果误差为±5%,表明本文







图 5 Fluent 仿真模拟与数值模型结果对比

Fig. 5 Comparison between Fluent simulation and numerical model results



图 6 数值模型与现有测试数据对比



数值模型是准确可靠的。其中, $a = 19.05 \text{ mm}, b = 15.875 \text{ mm}, R_1 = 9.525 \text{ mm}, n = 0.61$ 。

#### 3 流动压力梯度影响因素

为系统评价环空几何参数、流体流变参数和内管 转速对椭圆同心环空螺旋层流流动压力梯度的影响规 律进行了参数研究。由内管转速对压力梯度的影响规 律以及不同内管转速下稠度系数对环空压力梯度的影 响规律(图7)可知:压力梯度随内管转速的增大呈指 数型降低;随稠度系数的增大呈线性增加。由于幂律 流体的剪切速率随内管转速的增大呈拟线性增加,而 有效黏度又随剪切速率的增大呈指数型降低,压力梯 度与有效黏度为线性关系,最终导致压力梯度随内管 转速的增大呈指数型降低。

参考幂律流体的本构方程可知,流体切应力随稠 度系数的增大呈线性增加,且流体稠度系数越大,流体 流动阻力越大,最终导致压力梯度随流体稠度系数的 增大呈线性增加。横向对比不同内管转速下的压力梯 度可以发现,压力梯度随内管转速的增大而降低。

由流体流性指数和环空内外径比率对压力梯度的 影响规律(图 8)可知,压力梯度随流体流性指数和环 空内外径比率的增大呈指数型增大。参考幂律流体的 本构方程可知,流体切应力随流性指数的增大呈指数 型增加,最终导致压力梯度随流性指数增大呈指数型 增加。环空横向过流面积随环空内外径比率的增大呈 指数型降低,即环空内外径比率越大,横向过流面积越 小,流体流动阻力越大,最终导致压力梯度随环空内外 径比率增大呈指数型增加。



图 7 内管转速和稠度系数对压力梯度的影响规律

Fig. 7 Influence of inner tube speed and viscosity coefficient on pressure gradient



图 8 流体流性指数和环空内外径比率对压力梯度的影响规律 Fig. 8 Influence rule of fluid behavior index and the inner to outer diameter ratio of wellbore annulus on pressure gradient

由椭圆长短轴之比和平均轴向速度对压力梯度的 影响规律(图9)可知,压力梯度随椭圆长短轴之比的 增大呈幂函数型降低,随轴向平均速度增大呈线性增 加。参考椭圆井眼长短轴之比的定义,当短轴长度一 定时,长短轴之比越大,环空间隙呈幂函数型增大,最 终导致压力梯度随长短轴之比的增大呈幂函数型降 低。轴向平均速度越大,流体流动阻力越大,最终导致 压力梯度随轴向平均速度增大而增加。





#### 4 拟合模型

将数值模型进行现场应用仍然较为困难,这是由 于在求取压力梯度时需要大量的数值运算。为了实现 椭圆同心环空中幂律流体螺旋层流流动压降的准确便 捷预测,可参考圆形井眼偏心环空无量纲压力梯度拟 合的方式建立<sup>[23-25]</sup>,无量纲压力梯度定义为椭圆同心 环空与圆形同心环空中的压力梯度之比:

$$R = \frac{(dp/dz)_{\rm e}}{(dp/dz)_{\rm c}} \tag{10}$$

通过参数研究发现,压力梯度与流体稠度系数 为线性关系,而无量纲压力梯度几乎不随稠度系数 的变化而变化(图 10)。因此,在建立拟合模型时, 仅需考虑流体流性指数、环空内外径比率、椭圆长



Fig. 10 Influence of viscosity coefficient on dimensionless pressure gradient

短轴之比、轴向平均速度和内管转速这 5 个参数的 影响。

参考实际的钻井条件,表1中给出了用于建立拟 合模型的5个参数的范围。由表1可知,需要利用数 值模型计算810次压力梯度,然后在利用这810个结 果建立拟合模型。参考圆形偏心环空无量纲压力梯度 模型,用于构建拟合模型的参数范围则建议为0~1, 且参数为无量纲参数。因此,需要对椭圆长短轴之比, 轴向平均速度和内管转速进行无量纲化。由于椭圆长 短轴之比大于1,因此需要对其进行归一化处理,具体 处理方法为:

$$\eta_0 = (\eta - 1) / (\eta_{\text{max}} - \eta_{\text{min}})$$
(11)

表 1 建立拟合模型的 5 个参数的基本情况

 
 Table 1 Basic information about the five parameters for establishing a fitting model

系数	η	п	$v_x/(m/s)$	$K_{ m d}$	$\omega/(r/min)$
范围	1.0~1.2	0.5~0.8	0.8~1.4	0.5~0.8	40~120
步长	0.04	0.15	0.3	0.15	20
数据点	6	3	3	3	5
计算次数	$6 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 = 810$				

ω 表征的是周向剪切速率,轴向平均速度表征轴 向剪切速率。这两个参数分别进行无量纲和归一化处 理较为困难,但将这两个参数整合后则可实现无量纲 和归一化处理。速度比定义为周向最大速度与轴向平 均速度之比,即:

$$v_{rx} = v_{r-\max}/v_x \tag{12}$$

周向最大速度位于内管壁面处,为内管转速的函数:

$$v_{r\text{-max}} = 2 \cdot \pi \cdot \omega \cdot r_{\rm p}/60 \tag{13}$$

对待拟合的参数进行无量纲和归一化处理后,实际上用于建立无量纲压力梯度拟合模型参数仅有归一 化椭圆长短轴之比、流体流性指数、环空内外径比率和 速度比。通过前期数据的初步分析发现,无量纲压力 梯度与椭圆长短轴之比的三次方拟合相关性好,拟合 优度均大于 0.985。参考圆形井眼无量纲压力梯度拟 合模型的形式,得到椭圆同心环空无量纲压力梯度拟 合模型为:

$$R = 1 + \sum_{i=1}^{3} M_{i} \cdot n^{N_{i}} \cdot K_{d}^{Q_{i}} \cdot v_{rx}^{P_{i}} \cdot \eta_{0}^{i} \quad (i = 1, 2, 3)$$
(14)

 $M_i$ 、 $N_i$ 、 $Q_i$ 和 $P_i$ 为拟合系数,需要通过最小二乘 法进行求取。具体的求解步骤为:①通过三次方拟合 得到不同流体流性指数、环空内外径比率和速度比下 的无量纲压力梯度与归一化后的椭圆长短轴比之间的 三次方拟合方程;②假定每一项前的系数( $M_i$ 、 $N_i$ 、 $Q_i$ 和 $P_i$ )为流体流性指数、环空内外径比率和速度比的 指数函数,利用最小二乘法便可确定出系数 $M_i$ 、 $N_i$ 、  $Q_i$ 和 $P_i$ 。表 2 给出了通过三次方拟合和最小二乘法 拟合后得到的系数 $M_i$ 、 $N_i$ 、 $Q_i$ 和 $P_i$ ,将其代入式(14) 便可确定无量纲压力梯度的值。

表 2 拟合后得到的系数 Table 2 Coefficient values obtained after fitting

系数	<i>i</i> = 1	<i>i</i> = 2	<i>i</i> = 3
$M_i$	- 1. 634 44	1.46617	- 0. 538 34
$N_i$	0.47040	0.75653	0.87462
$Q_i$	1.21064	1. 558 65	1.57502
$P_i$	0.00218	0.00811	0. 013 48

所建立的无量纲压力梯度拟合模型适用参数范围为:1.0 $\leq \eta \leq$ 1.2,0.5 $\leq n \leq$ 0.8,0.8 m/s $\leq v_x \leq$ 1.4 m/s,0.5 $\leq K_d \leq$ 0.8 和 40 r/min $\leq \omega \leq$ 120 r/min。但利用该模型只能直接计算无量纲压力梯度,还不能获取到具体的压力梯度值。根据式(10)可知,要获取到压力梯度,还需要明确圆形同心环空中的压力梯度,其获取方法可参考文献[26]。

为了验证本文拟合方法的准确性和拟合结果的 可靠性,以数值模型为基础,参数范围:1.0 $\leq \eta \leq$ 1.2, 0.5 $\leq n \leq$ 0.8,0.8 m/s $\leq v_x \leq$ 1.4 m/s,0.5 $\leq K_d \leq$ 0.8 和 40 r/min $\leq \omega \leq$ 120 r/min 计算无量纲压力梯度,并 将数值模型与拟合模型结果进行对比。由数值模型和 拟合模型的对比结果(图 11)可知,拟合模型与数值模 型误差仅为±5%。这表明,拟合方法是切实可行的, 拟合结果是可靠的,能够实现压力梯度的准确便捷预 测,具有很好的推广应用前景。



Fig. 11 Comparison between pressure gradient ratios predicted by numerical model and fitting model

### 5 结 论

(1) 压力梯度随稠度系数和轴向平均速度的增加 呈线性增加,随流性指数和内外径比率呈指数型增大, 随椭圆长短轴之比和内管转速呈指数型降低。

(2) 无量纲压力梯度不随流体稠度系数的变化而 变化,利用归一化椭圆长短轴之比、流体流性指数、环 空内外径比率和速度比建立无量纲压力梯度拟合模 型,拟合模型与数值模型误差介于  $\pm 5\%$ ,拟合模型适 用范围:  $1.0 \le \eta \le 1.2, 0.5 \le n \le 0.8, 0.8 \text{ m/s} \le v_x \le$  $1.4 \text{ m/s}, 0.5 \le K_d \le 0.8 \text{ 和 40 r/min} \le \omega \le 120 \text{ r/min}.$ 

符号注释: r—径向距离, m; z—轴向距离, m;  $R_1$ 一内壁面径向距离, m;  $R_2$ 一外壁面当量径向距离,  $R_2 = R_1 + 0.5 D_e \sqrt{\eta}, D_e = 4R_1, m; dp/dz$ 一轴向压力梯 度,Pa/m; $\tau_{rz}$ 一轴向切应力,Pa; $\tau_{rd}$ 一周向切应力,Pa; υ<sub>d</sub>一周向速度,m/s;υ<sub>m</sub>一轴向速度,m/s;υ<sub>m</sub>一内管壁面 上的周向速度, $v_0 = 2\pi r \omega$ , m/s; $\omega$ 一内管转速,r/min;K— 流体的稠度系数,  $Pa \cdot s^n$ ; *n*—流体的流性指数; *n*—椭圆长 短轴之比, $\eta = a/b$ ;a一椭圆长轴,m;b一椭圆短轴,m;  $\Delta p$ 一绝对压差, Pa;  $\Delta p^*$ 一无量纲压差; Q一绝对流量,  $m^3/s; Q^*$  —无量纲流量;  $C_1$  —内壁面上的无量纲扭矩; M一内壁面上的绝对扭矩;C2一最大周向速度的无量 纲径向距离;λ-最大轴向速度的径向距离,m;r\*-无 量纲径向距离;v<sup>\*</sup><sub>n</sub>一无量纲周向速度;v<sup>\*</sup><sub>n</sub>一无量纲轴 向速度;K<sub>d</sub>一环空内外径比率;R一无量纲压力梯度; η<sub>0</sub>一归一化后的椭圆长短轴之比;η<sub>max</sub>一用于拟合模型 的椭圆长短轴之比最大值;η<sub>min</sub>一用于拟合模型的椭圆 长短轴之比最小值; vrx 一速度比; vrmax 一周向最大速 度,m/s; $v_x$ 一轴向平均速度,m/s; $M_i$ 、 $N_i$ 、 $Q_i$ 、 $P_i$ 一拟

合系数;  $(dp/dz)_{e}$ 一椭圆同心环空压力梯度;  $(dp/dz)_{e}$ 一個同心环空压力梯度;  $C_{3}$ 、 $C_{4}$ 一积分常数;  $\epsilon$ —偏心率;  $r_{p}$ 一钻杆外径, mm;  $h(\theta)$ 一环空 $\theta$ 处内管中心距外边界距离, mm;  $\theta$ —椭圆环空的圆周角, rad;  $r_{h}$ —环空内管中心距外边界最大距离, mm。

#### 参考文献

- [1] 杨雨,文龙,周刚,等.四川盆地油气勘探新领域、新类型及资源 潜力[J].石油学报,2023,44(12):2045-2069.
   YANG Yu, WEN Long, ZHOU Gang, et al. New fields, new types and resource potentials of hydrocarbon exploration in Sichuan Basin[J]. Acta Petrolei Sinica,2023,44(12):2045-2069.
- [2] 范宇,于兴川,郭建华,等.四川盆地蓬莱气区地层压力纵向分布 规律[J].大庆石油地质与开发,2023,42(2):59-67.
  FAN Yu, YU Xingchuan, GUO Jianhua, et al. Vertical distribution law of formation pressure in Penglai gas area in Sichuan Basin[J]. Petroleum Geology & Oilfield Development in Daqing, 2023,42(2):59-67.
- [3] 马永生,蔡勋育,云露,等.塔里木盆地顺北超深层碳酸盐岩油气田 勘探开发实践与理论技术进展[J].石油勘探与开发,2022,49(1): 1-17.

MA Yongsheng, CAI Xunyu, YUN Lu, et al. Practice and theoretical and technical progress in exploration and development of Shunbei ultra-deep carbonate oil and gas field, Tarim Basin, NW China[J]. Petroleum Exploration and Development, 2022, 49(1): 1-17.

- [4] 魏国齐,王志宏,李剑,等.四川盆地震旦系、寒武系烃源岩特征、资源潜力与勘探方向[J].天然气地球科学,2017,28(1):1-13.
   WEI Guoqi, WANG Zhihong, LI Jian, et al. Characteristics of source rocks, resource potential and exploration direction of Sinian and Cambrian in Sichuan Basin[J]. Natural Gas Geoscience, 2017,28(1):1-13.
- [5] 宋闯,张晓诚,谢涛,等. 渤海"三高"气井环空早期圈闭压力预测
  [J]. 石油学报,2022,43(5):694-707.
  SONG Chuang,ZHANG Xiaocheng,XIE Tao,et al. Prediction of early annular trap pressure of three-high gas wells in Bohai Sea
  [J]. Acta Petrolei Sinica,2022,43(5):694-707.
- [6] 张宇豪,王志彬,蒋琪,等. 基于漂移理论的泡沫排水采气井井筒 压降预测模型[J]. 石油学报,2023,44(5):862-872.
  ZHANG Yuhao, WANG Zhibin, JIANG Qi, et al. Prediction model of wellbore pressure drop in foam drainage gas recovery well based on drift theory[J]. Acta Petrolei Sinica,2023,44(5): 862-872.
- [7] FERROUDJI H.HADJADJ A, RAHMAN M A, et al. Study of Ostwald-de Waele fluid flow in an elliptical annulus using the slot model and the CFD approach[J]. Journal of Dispersion Science and Technology, 2021, 42(9):1395-1407.
- [8] 王江帅,李军,柳贡慧,等. 椭圆形井眼环空压力梯度预测与影响因素分析[J]. 钻井液与完井液,2018,35(5):14-18.
   WANG Jiangshuai, LI Jun, LIU Gonghui, et al. Annular pressure gradients of elliptical wellbore:prediction and influential factor analysis[J]. Drilling Fluid & Completion Fluid,2018,35(5):14-18.

- [9] TANG Ming, YUAN Lanfeng, HE Shiming, et al. Simplified modeling of YPL fluid flow through a concentric elliptical annular pipe[J]. Journal of Petroleum Science and Engineering, 2018, 162:225-232.
- [10] TANG Ming, ZHANG Taiheng, HE Shiming, et al. Modeling of laminar flow in an eccentric elliptical annulus for YPL fluid[J]. Journal of Natural Gas Science and Engineering, 2019, 64:118-132.
- [11] KIRAN R, SALEHI S, MOKHTARI M, et al. Effect of irregular shape and wellbore breakout on fluid dynamics and wellbore stability [C] // Proceedings of the 53rd U. S. Rock Mechanics/Geomechanics Symposium. New York City, New York; ARMA, 2019.
- [12] ZAINITH P, MISHRA N K. A comparative study on thermalhydraulic performance of different non-Newtonian nanofluids through an elliptical annulus[J]. Journal of Thermal Science and Engineering Applications, 2021, 13(5):051027.
- [13] ALEGRÍA L M,FRANCO A T, MORALES R E, et al. Friction factor correlation for viscoplastic fluid flows through eccentric elliptical annular pipe[C] // Proceedings of the IADC/SPE Asia Pacific Drilling Technology Conference and Exhibition. Tianjin: SPE,2012.
- [14] MANGLIK R M, FANG P. Thermal processing of viscous non-Newtonian fluids in annular ducts:effects of power-law rheology, duct eccentricity, and thermal boundary conditions[J]. International Journal of Heat and Mass Transfer ,2002,45(4):803-814.
- [15] TANG Ming,KONG Linghao,HE Shiming,et al. Regression modeling for laminar flow of Herschel-Barkley fluids in the concentric elliptical annulus[J]. Journal of Petroleum Exploration and Production Technology,2022,12(9):2419-2428.
- [16] 丁士东,张鑫. 基于修正幂律模型流体的柳叶形扶正器旋流规律及应用[J]. 石油学报,2020,41(1):96-105.
   DING Shidong,ZHANG Xin. Swirling flow regularity of willow leaf-like centralizer based on modified power law fluid model and its application[J]. Acta Petrolei Sinica,2020,41(1):96-105.
- [17] CHEN Yulin, LIU Zhou, ZHANG Xu, et al. Research on the collapse pressure of an elliptical wellbore considering the effect of

weak planes[J]. Energy Sources, Part A: Recovery, Utilization, and Environmental Effects, 2020, 42(17): 2103-2119.

- [18] 高永海,尹法领,张党生,等.水合物储层水平井钻井井筒-储层耦 合模型与井壁稳定性分析[J].石油学报,2023,44(7):1151-1166. GAO Yonghai,YIN Faling,ZHANG Dangsheng, et al. Wellborereservoir coupling model and borehole stability analysis of horizontal well drilling in hydrate reservoirs[J]. Acta Petrolei Sinica, 2023,44(7):1151-1166.
- [19] COLEMAN B D, NOLL W. Helical flow of general fluids[J]. Journal of Applied Physics, 1959, 30(10):1508-1512.
- [20] AHMED R, MISKA S. Experimental study and modeling of yield power-law fluid flow in annuli with Drillpipe Rotation[C]// Proceedings of the IADC/SPE Drilling Conference. Orlando, Florida; SPE, 2008.
- [21] SAVINS J G, WALLICK G C. Viscosity profiles, discharge rates, pressures, and torques for a rheologically complex fluid in a helical flow[J]. AIChE Journal, 1966, 12(2):357-363.
- [22] DOSTÁL M,ŽITNÝ R,ŠESTÁK J, et al. Helical flow of powerlaw fluids[J]. AIChE Journal, 1993, 39(1): 189-192.
- [23] HACIISLAMOGLU M, LANGLINAIS J. Non-Newtonian flow in eccentric annuli[J]. Journal of Energy Resources Technology, 1990,112(3):163-169.
- [24] PILEHVARI A, SERTH R. Generalized hydraulic calculation method for axial flow of Non-Newtonian fluids in Eccentric Annuli[J]. SPE Drilling & Completion, 2009, 24(4):553-563.
- [25] TANG Ming, AHMED R, SRIVASTAV R, et al. Simplified surge pressure model for yield power law fluid in eccentric annuli[J]. Journal of Petroleum Science and Engineering, 2016, 145: 346-356.
- [26] TANG Ming, HE Lang, KONG Linghao, et al. Simplified modeling of laminar helical flow in eccentric annulus with YPL fluid [J]. Energy Sources, Part A: Recovery, Utilization, and Environmental Effects, 2022, 44(1): 2061-2074.

(收稿日期 2023-07-14 改回日期 2024-01-18 编辑 王培玺)